Théorie Microéconomique I

Benoit S Y Crutzen

Université Libre de Bruxelles

Année 2010-11

Chapitres 5 et 6:
Choix du Consommateur
et
Demande

Plan du cours

1. Solution Intérieure:
    1. Stratégies à suivre:
        1. pour méthode des multiplicateurs de Lagrange
        2. pour méthode avec substitution directe
    2. exemples classiques
2. Solution de coin:
    - conditions associées à une solution de coin
    - exemple
3. Fonction de demande du consommateur
    1. généralités
    2. exemple

Le problème du consommateur

- Le problème:

$$\max_{x_1,\ x_2} U\left(x_1, x_2\right) \ \text{s.c.}\ \ p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$$

- Non saturation et monotonicité:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m \rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

Lagrangien avec solution intérieure

- Ré-écrivons le problème ainsi:

$$\max_{x_1,\ x_2} \mathcal{L} = U\left(x_1, x_2\right) + \lambda\left(m - p_1 x_1 - p_2 x_2\right)$$

avec $\lambda > 0$.

- Conditions du premier ordre (CNS):

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow U_{x_1} - \lambda p_1 = 0 \Leftrightarrow U_{x_1} = \lambda p_1 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 0 \Leftrightarrow U_{x_2} - \lambda p_2 = 0 \Leftrightarrow U_{x_2} = \lambda p_2 \end{cases}$$

- Ceci peut se ré-écrire ainsi:

$$\left(TMS =\right) \frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Stratégie Concrète à Suivre:

1. Dérivez les deux conditions du premier ordre:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 0$$

2. Divisez la première par la deuxième pour obtenir:

$$\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

3. Insérez le résultat du point 2 dans la contrainte de budget du consommateur pour obtenir la quantité optimale consommée d'un des deux biens:

$$\left(\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}\right) \rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \rightarrow x_1^* \text{ ou } x_2^*$$

4. Insérez x_1^* ou x_2^* dans la contrainte de budget pour obtenir la quantité optimale consommée de l'autre bien;
5. Vérifiez vos calculs; fini!!

Substitution Directe de la Contrainte

- On peut toujours ré-écrire:

$$\max_{x_1,\ x_2} U\left(x_1, x_2\right) \text{ s.c. } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

ainsi:

$$\max_{x_1}\ U\left(x_1, \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1\right)$$

- ou ainsi

$$\max_{x_2}\ U\left(x_2, \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2\right)$$

et maximiser seulement par rapport à x_1 ou x_2.

Stratégie Concrète à Suivre:

1. Dérivez *l'unique* condition du premier ordre:

$$\frac{dU}{dx_1} = 0 \Leftrightarrow U_{x_1} + U_{x_2}\left(-\frac{p_1}{p_2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

2. Insérez le résultat du point 1. dans la contrainte de budget du consommateur pour obtenir la quantité optimale consommée d'un des deux biens:

$$\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2} \longrightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \longrightarrow x_1^* \text{ ou } x_2^*$$

3. Insérez x_1^* ou x_2^* dans la contrainte de budget pour obtenir la quantité optimale consommée de l'autre bien

4. Vérifiez vos calculs; fini!!

Un Exemple

$$\max_{x,\ y} \sqrt{x+y} \text{ s.c. } x+2y=10$$

Un Autre Exemple

$$\max_{x,\ y} x^{\alpha} y^{1-\alpha} \text{ s.c. } x + 2y = 10$$

When Things Go Wrong...

- Et si la solution n'est pas intérieure?
- Et si la fonction d'utilité n'est pas différentiable partout?

Fonction non Différentiable Partout

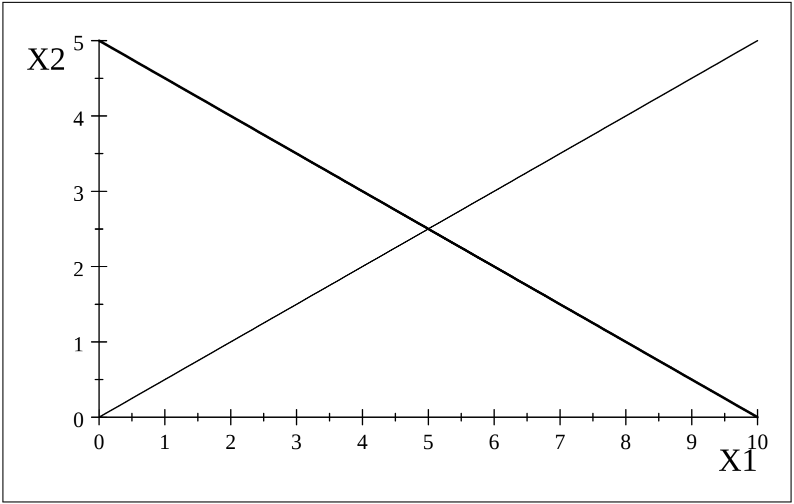
- Biens compléments:

$$U(x_1, x_2) = \min(ax_1, bx_2)$$

- Que faire?
- Nous savons:
  1. l'optimum est sur la contrainte de budget;
  2. lh'optimum est sur la droite définie par $x_2 = \frac{a}{b}x_1$
- Le point d 'équilibre est donc défini par:

$$\begin{cases} x_2 = \frac{a}{b}x_1 \\ x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \end{cases}$$

$a = 1,\ b = 2;\ m = 10,\ p_1 = 1,\ p_2 = 2:$



Solutions de coin

La CNS pour une solution *intérieure* est:

$$\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Si la solution n'est pas intérieure, c'est donc que pour tout (x_1, x_2) possible, l'on a:

$$\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} > \frac{p_1}{p_2} \text{ ou } \frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} < \frac{p_1}{p_2}$$

Exemple: Biens Substituts

- Supposons

$$\begin{aligned} U(x_1, x_2) &= x_1 + x_2 \\ p_1 &= 2p_2 \end{aligned}$$

- Conditions d'équilibre:

$$TMS = -1 > \frac{p_1}{p_2} = -2$$

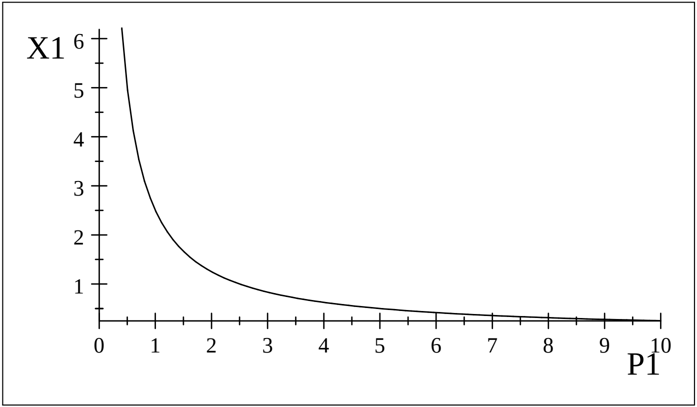
- Implication:

$$x_1^* = 0; x_2^* = m/p_2$$

Demande (Ch. 6)

Fonction de Demande

- Définition: la demande est la fonction de consommation d'équilibre de chaque bien, x_i^*, exprimée en fonction du prix du bien i, p_i.
- Si fonction d'utilité est Cobb-Douglas avec $\alpha = 0.25$:



- Et si la fonction de demande est du type $D(P) = \frac{\alpha M}{P}$?

Courbe de Engel

- C'est la relation entre entre x_i^* et m, le revenu.
- Ici pour un bien normal (définition? Lien avec concept d'élasticité?):